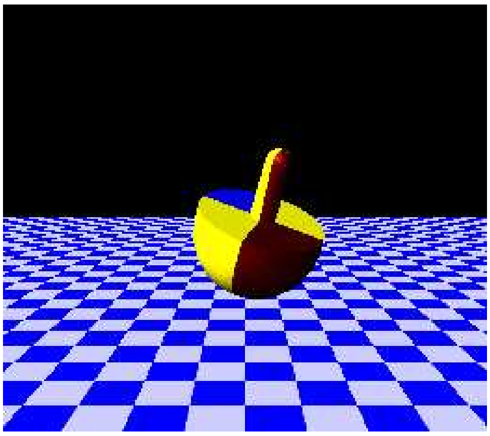
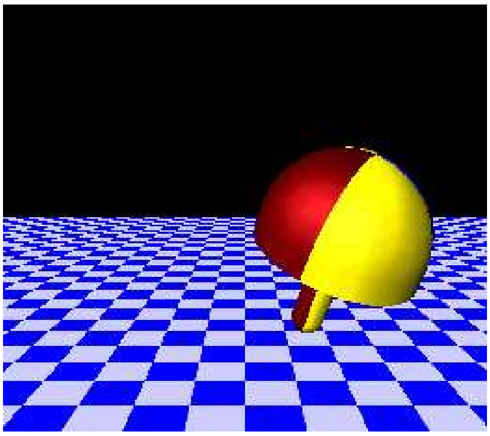
Impulsbasierte Dynamiksimulation starrer Körper unter Verwendung von Hüllkörperhierarchien

Christian Lennerz
lennerz@cs.uni-sb.de

12. November 2002

Christian Lennerz

Motivation der Aufgabenstellung

Ausgangspunkt:

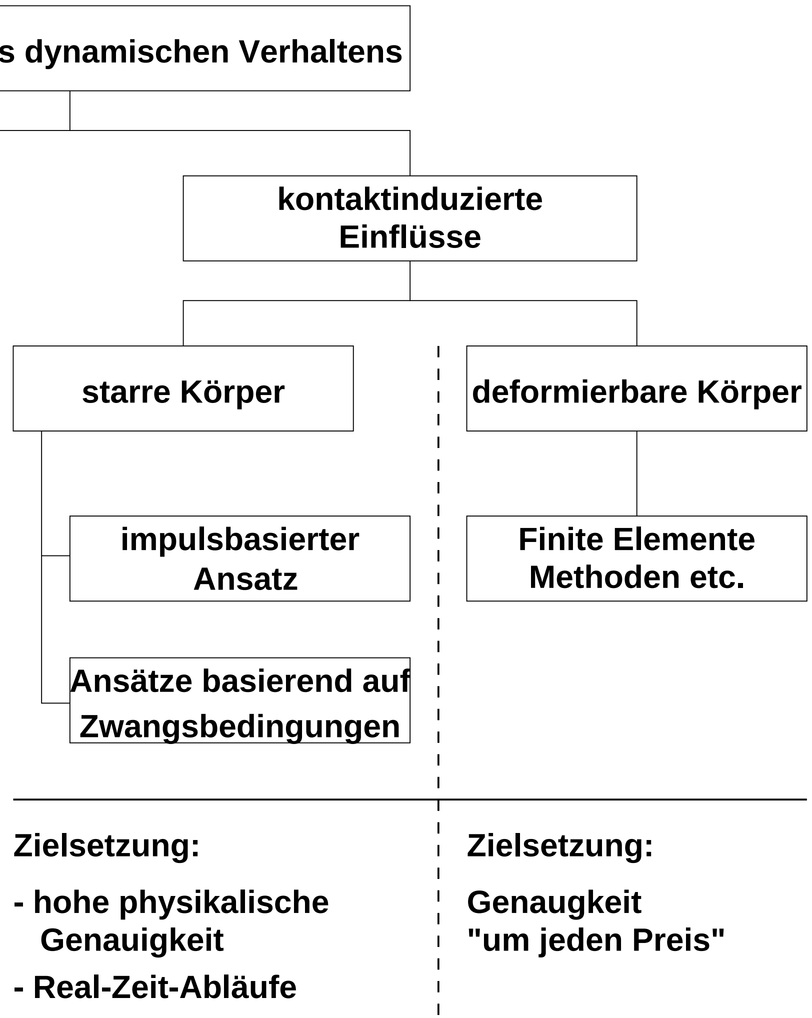
- Wunsch das dynamische Verhalten von Körpern automatisiert voraussagen zu können

- Wunsch das Ergebnis einer Parametervariation sofort sehen zu können

Herausforderung:
Entwicklung eines Systems mit folgenden Eigenschaften:

- möglichst exakte Voraussage des dynamischen Verhaltens

- Antwortzeiten, die Interaktivität erlauben

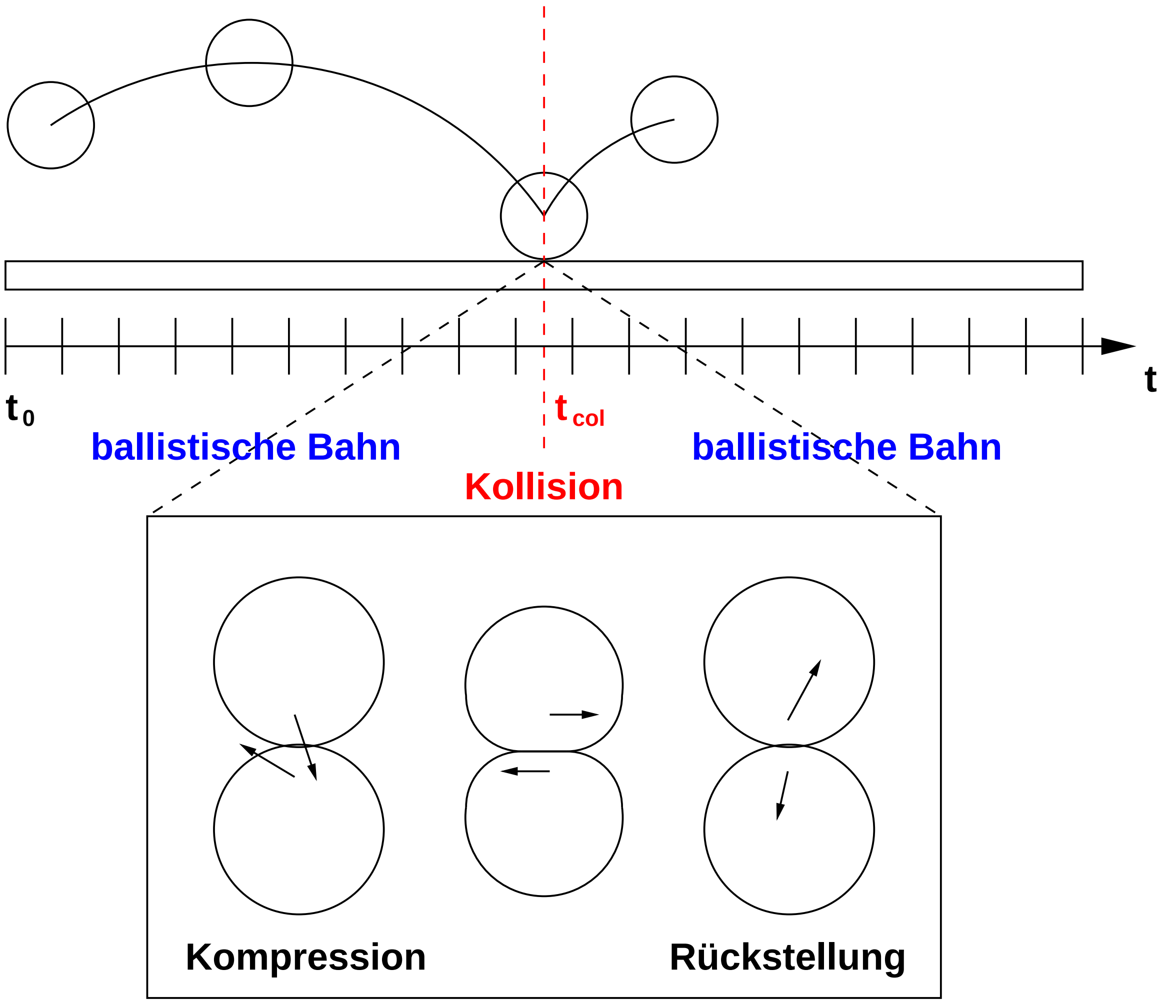

Beschreibung des dynamischen Verhaltens
nicht-kontaktinduzierte Einflüsse
kontaktinduzierte Einflüsse
starre Körper
deformierbare Körper
Newton-Euler Differentialgleichungssystem
impulsbasierter Ansatz
Finite Elemente Methoden etc.
Ansätze basierend auf Zwangsbedingungen
Zielsetzung:
- hohe physikalische Genauigkeit
- Real-Zeit-Abläufe
Zielsetzung:
Genaugkeit "um jeden Preis"

Der impulsbasierte Ansatz

Paradigma der impulsbasierten Simulation

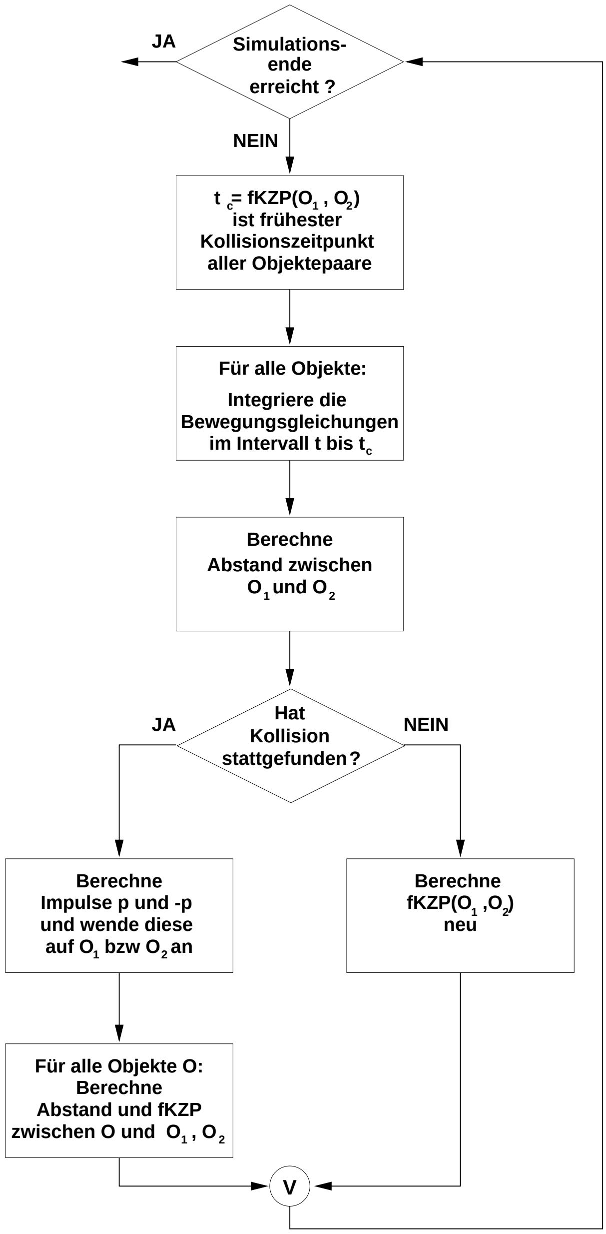
- Alle Kontakte werden als Kollisionen im Kontaktpunkt behandelt.
- Zwischen den Kollisionszeitpunkten bewegen sich die Körper auf ballistischen Bahnen (nur Gravitation als externer Einfluß).
- Permanenter Kontakt wird als eine Folge von Mikrokollisionen aufgefaßt.

Makroskopisches Verhalten ergibt sich durch exakte Behandlung der auftretenden Kollisionen (mikroskopisch)

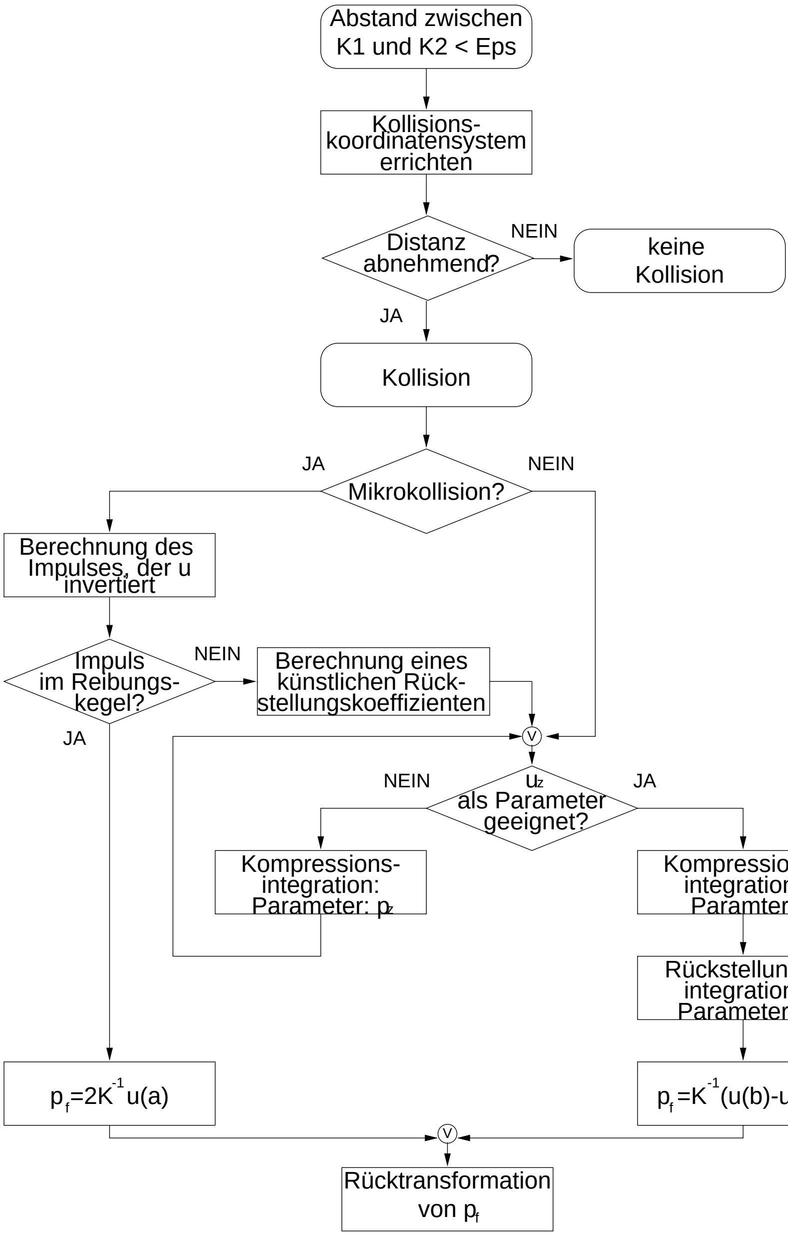


t
t_0
t_{col}
ballistische Bahn
ballistische Bahn
Kollision
Kompression
Rückstellung

Sinnvolles Zusammenspiel der Komponenten



Übersicht über das Kollisionsauflösungssystem

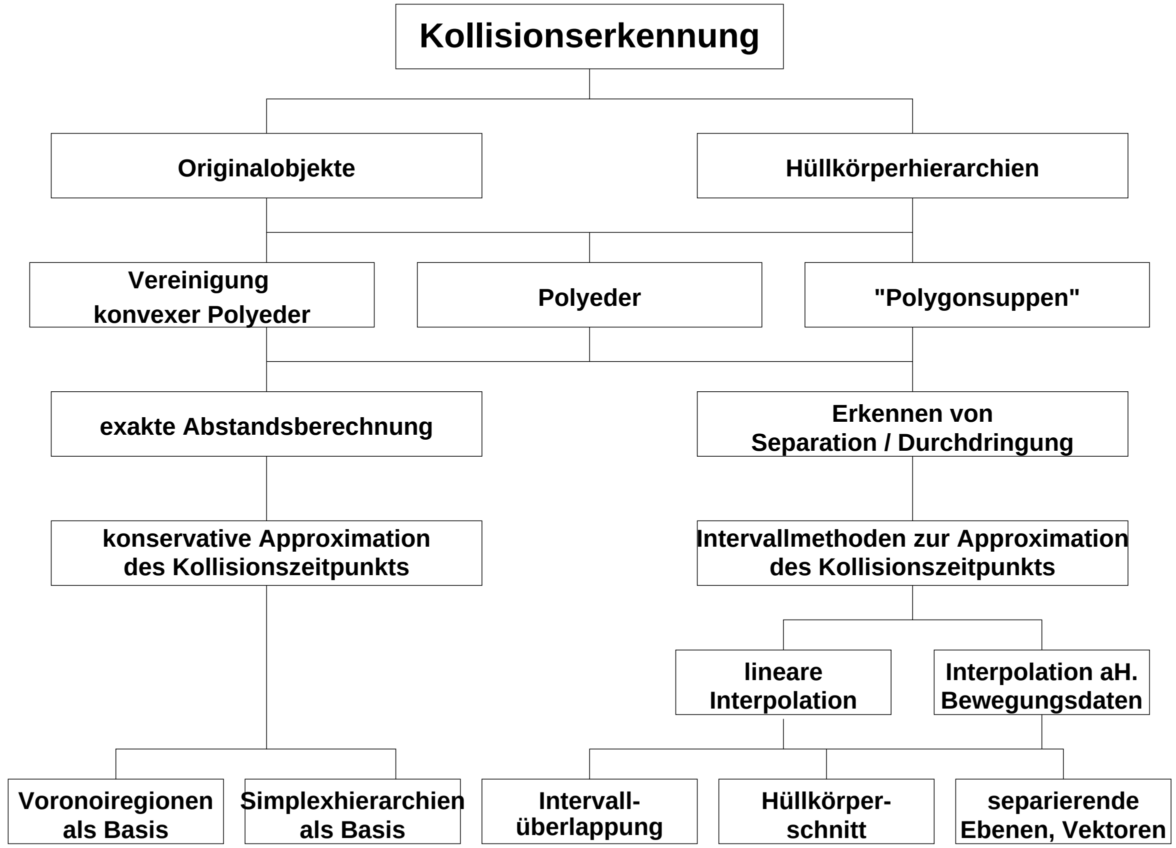


Komplexität des Kollisionserkennungsproblems

1. *konvex* $\leftrightarrow$ *konvex*: $O((\log n)^2)$
   Dopkin/Kirkpatrick [83], [85], [90]

2. *konvex* $\leftrightarrow$ *nicht-konvex*: $O(n \log n)$
   Dopkin/Herschberger/Kirkpatrick/Suri [93]
   Doprindt/Mehlhorn/Yvinec [93]
   Schömer [94]

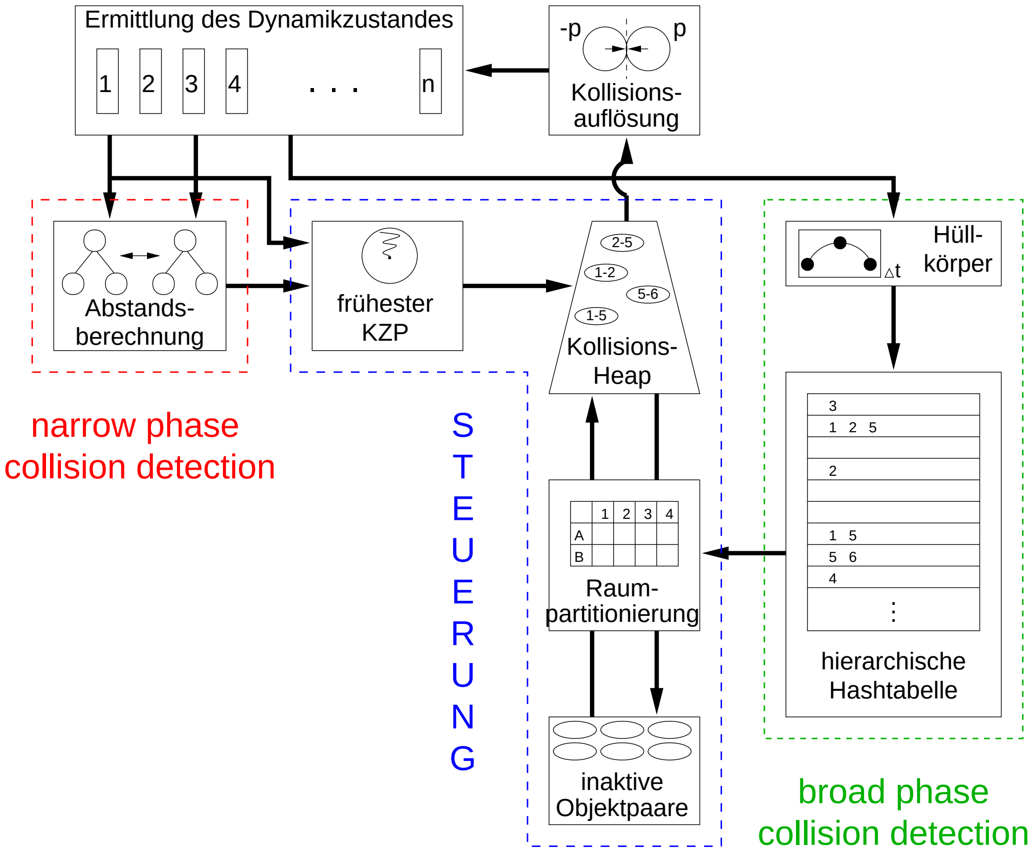
3. *nicht-konvex* $\leftrightarrow$ *nicht-konvex*: $subquadratisch$
   Schömer/Thiel [96]


Kollisionserkennung
Originalobjekte
Hüllkörperhierarchien
Vereinigung konvexer Polyeder
Polyeder
"Polygonsuppen"
exakte Abstandsberechnung
Erkennen von Separation / Durchdringung
konservative Approximation des Kollisionszeitpunkts
Intervallmethoden zur Approximation des Kollisionszeitpunkts
lineare Interpolation
Interpolation aH. Bewegungsdaten
Voronoiregionen als Basis
Simplexhierarchien als Basis
Intervall-überlappung
Hüllkörper-schnitt
separierende Ebenen, Vektoren

Anforderungen an einen Kollisionserkennungsansatz im Rahmen der impulsbasierten Dynamiksimulation

1. allgemeine Objektrepräsentation
2. exakte Abstandsberechnung
3. Skalierbarkeit
4. Ausnutzung temporärer Kohärenz
5. geringer Speicherplatzverbrauch
6. gute empirische Laufzeit
7. numerische Stabilität

Übersicht über das Kollisionserkennungssystem



Abstandsberechnung zwischen Polyedern

Eigenschaften, der betrachteten Punktmengen

- zusammenhängend
- beschränkt
- realtive Lage im Zeitablauf konstant

Explizite Modellierung der Körper mittels *Boundary Representation*

erfaßt *Topologie* und *Geometrie* des Randes ∂P eines Polyeders P durch Angabe der

- kartesischen Koordinaten der Eckpunkte (V)
- Inzidenzen zwischen Eckpunkten (V), Kanten (E) und Flächen (F)

Definition. [minimaler Abstand zwischen zwei Punktmengen]

$$\delta(X_1, X_2) := \inf\{|x_1 - x_2| \mid x_i \in X_i, X_i \subset \mathbb{R}^3\}$$

Lemma. *Für zwei disjunkte starre Körper X_1 und X_2 gilt:*

$$\delta(\overline{X}_1, \overline{X}_2) = \delta(\partial X_1, \partial X_2)$$

Beobachtung. *Sind P_1, P_2 disjunkte kompakte Polyeder und F_1, F_2 die Mengen ihrer Begrenzungsflächen, dann gilt:*

$$\begin{aligned}
\delta(P_1, P_2) = \delta(\partial P_1, \partial P_2) &= \delta(F_1, F_2) \\
&= \min\{\delta(f_1, f_2) \mid f_1 \in F_1, f_2 \in F_2\} \\
&= \min\{\delta(V_1, F_2), \delta(F_1, V_2), \delta(E_1, E_2)\}
\end{aligned}$$

Naiver Algorithmus zur Abstandsberchnung zwischen Polyedern

$\textsc{minDist}(f_1, f_2)$

$d \leftarrow \infty$
for each $v_1\ of\ f_1$
do $d \leftarrow \min\{d, \textsc{minDist}(v_1, f_2)\}$
for each $v_2\ of\ f_2$
do $d \leftarrow \min\{d, \textsc{minDist}(v_2, f_1)\}$
for each $e_1\ of\ f_1$
do for each $e_2\ of\ f_2$
    do $d \leftarrow \min\{d, \textsc{minDist}(e_1, e_2)\}$
return d

$\textsc{minDist}(P_1, P_2)$

$d \leftarrow \infty$
for each $f_1\ of\ \partial P_1$
do for each $f_2\ of\ \partial P_2$
    do $d \leftarrow \min\{d, \textsc{minDist}(f_1, f_2)\}$
return d

Das Branch-and-Bound-Paradigma zur Lösung von Minimierungsproblemen

Geg: eine endliche Menge X, $f : X \to \mathbb{R}$
Ges: $z = \min\{f(x) \mid x \in X\}$

$\textsc{findMin}(f, Y \subset X)$

```
if Y = ∅
   then return
if Y = {y}
   then curMin ← min{curMin, f(y)}
   else μ_Y ← LOWBOUND(Y)
        if curMin < μ_Y
           then return
           else PARTITION(Y, Y_1, ..., Y_k)
                for each i ∈ {1, ..., k}
                do FINDMIN(f, Y_i)
```

$\textsc{genericB\&B}(f, X)$

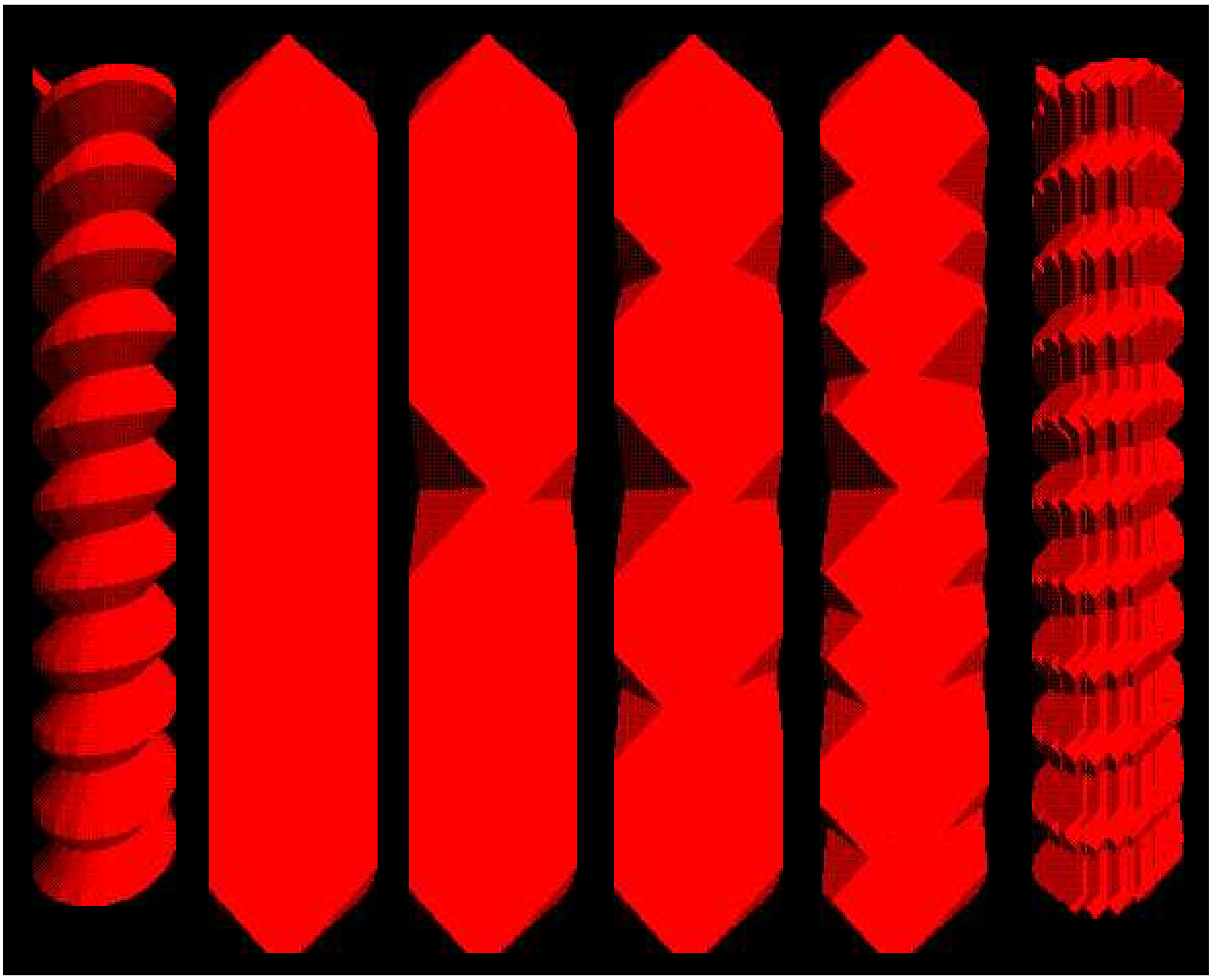
```
curMin ← ∞
FINDMIN(f, X)
return curMin
```

Instantiierung des generischen Verfahrens mit obiger Problemstellung

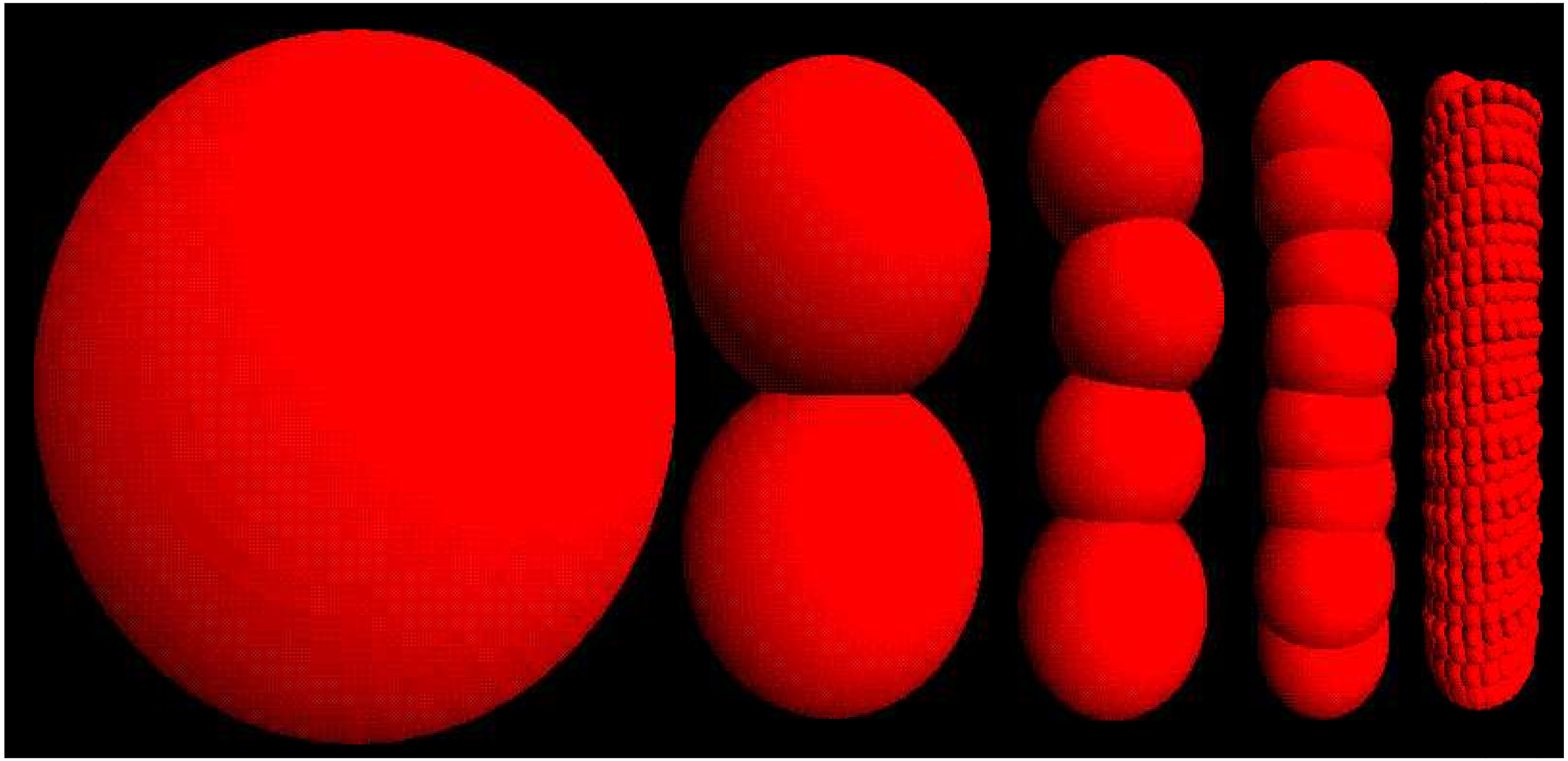
- $X = \{\{f_1, f_2\} \mid f_1 \in F_1, f_2 \in F_2\}$
- $f : X \to \mathbb{R}$
  $(f_1, f_2) \longmapsto \delta(f_1, f_2)$
- untere Schranke: Hüllkörperabstand
- Partitionierung: Vorverarbeitung (kein Einfluß auf Laufzeit der Abstandsanfragen)
  - Anzahl der Partitionen $k \equiv$ Grad der Hierarchie:
    Wir wählen $k = 2$
  - Top-Down- versus Bottom-Up-Konstruktion
    Wir wählen Top-Down Vorhensweise.
  - Aufteilungsstrategien
    - Optimiere vorgegebene Zielfunktion (Eckstein) oder
    - Wende Heuristiken an

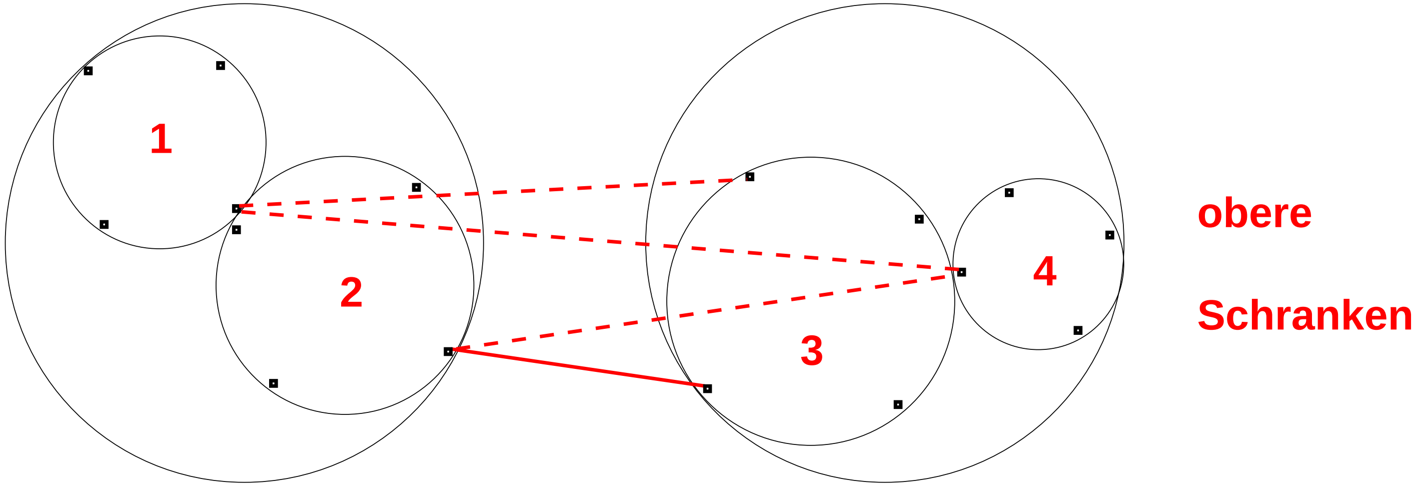
    Wir wählen heuristische Strategien.

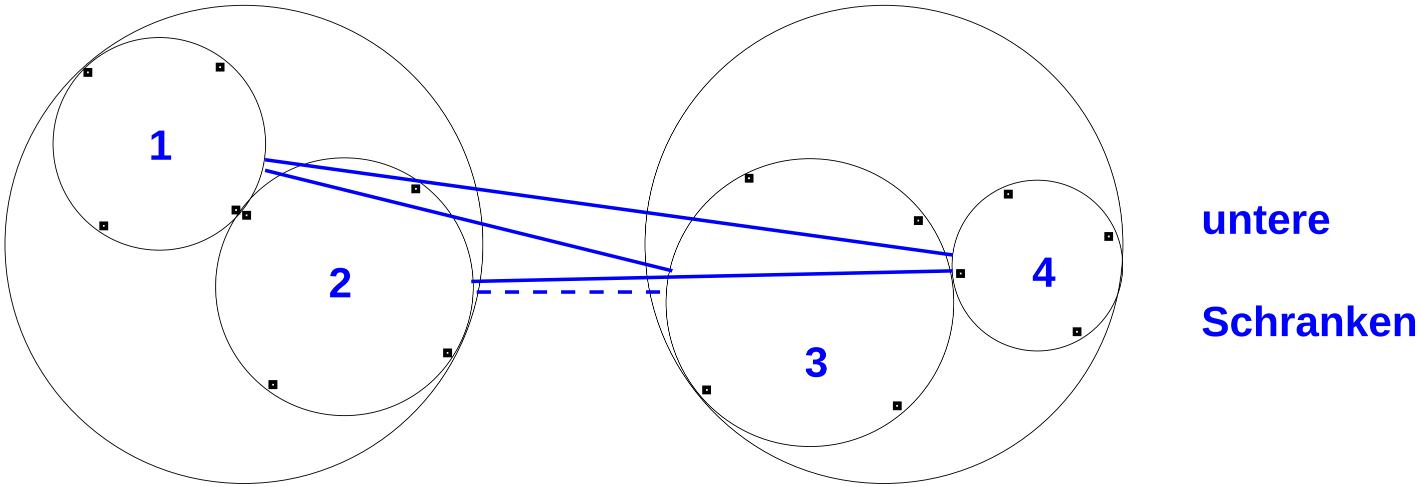
FDH_{14}-Hierarchien



Kugelhierarchien




1
2
3
4
obere
Schranken


1
2
3
4
untere
Schranken

Ein erster B&B-Algorithmus

```
nodeDist(p1, p2)
if p1 is not a leaf
  then if p2 is not a leaf
         then for each child v1 of p1
                do v1.Transform(f)
                   for each child v2 of p2
                   do d ← lowBound(v1, v2)
                      if d < ub
                        then nodeDist(v1, v2)
         else for each child v1 of p1
                do v1.Transform(f)
                   d ← lowBound(v1, p2)
                   if d < ub
                     then nodeDist(v1, p2)
  else if p2 is not a leaf
         then for each child v2 of p2
                do d ← lowBound(p1, v2)
                   if d < ub
                     then nodeDist(p1, v2)
         else ub ← min{ub, leafDist(p1, p2)}
```

```
nodeDist(p_1, p_2)
init(d);
ub ← min{ub, repDist(p1, p2)}
if p_1 is not a leaf
  then if p_2 is not a leaf
          then for i ← 1 to p_1.NumberOfChildren
                  do v_1 ← p_1.Child[i]
                     v_1.Transform(f)
                     for j ← 1 to p_2.NumberOfChildren
                     do v_2 ← p_2.Child[j]
                        d[i][j] ← lowBound(v1, v2)
          else j ← 1
               for i ← 1 to p_1.NumberOfChildren
               do v_1 ← Child[i]
                  v_1 ← Transform(f)
                  d[i][j] ← lowBound(v_1, p_2)
  else if p_2 is not a leaf
          then i ← 1
               for j ← 1 to p_2.NumberOfChildren
               do v_2 ← p_2.Child[j]
                  d[i][j] ← lowBound(p_1, v_2)
          else ub ← min{ub, leafDist(p_1, p_2)}
               return
for n ← 1 to i + j
do (k, l) ← minIndex(d, i, j)
   if d[k][l] ≥ ub
     then return
   d[k][l] ← ∞
   minDist(p1.Child[k], p2.Child[l])
```

$\textsc{nodeDist}(r_1, r_2)$

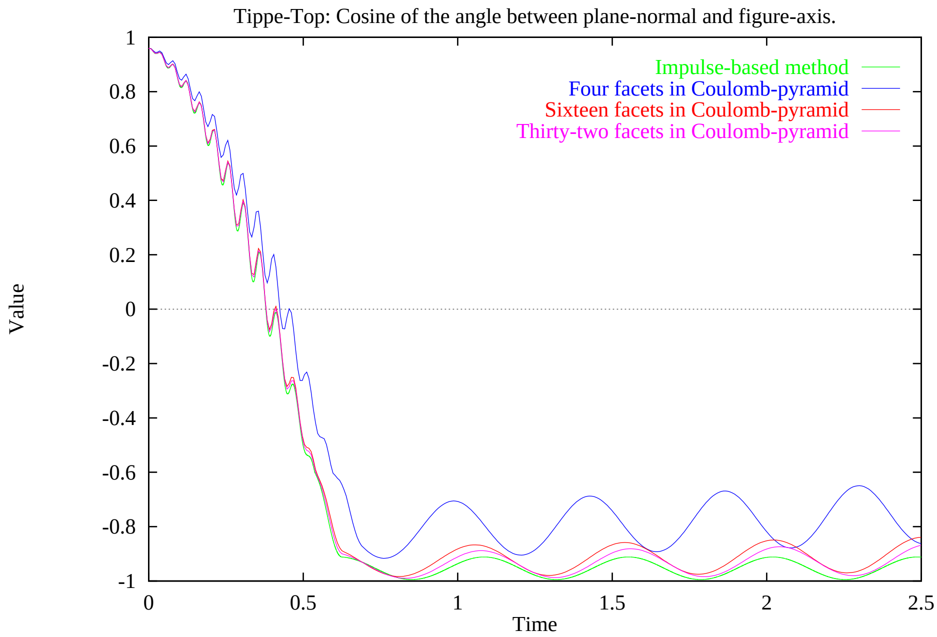
$d \leftarrow \textsc{lowBound}(r_1, r_2)$
$lb \leftarrow d$
$sortSeq.\textsc{insert}(d, (r_1, r_2))$
while $sortSeq$ is not empty and $lb < ub$
do $(p_1, p_2) \leftarrow sortSeq.\textsc{delMin}()$
    $ub \leftarrow \min\{ub, \textsc{repDist}(p_1, p_2)\}$
    while $sortSeq.\textsc{max}() > ub$
    do $sortSeq.\textsc{delMax}()$
    if p_1 is a leaf and p_2 is a leaf
      then $fd \leftarrow \min\{fd, \textsc{leafDist}(p_1, p_2)\}$
            $ub \leftarrow \min\{ub, fd\}$
      else $\textsc{insertChildren}(sortSeq, p1, p2)$
    if $sortSeq$ is not empty
      then $d \leftarrow \min\{fd, sortSeq.\textsc{minKey}()\}$
            $lb \leftarrow \max\{lb, d\}$

$\textsc{insertChildren}(S, p1, p2))$

if p_1 is not a leaf
  then if p_2 is not a leaf
      then for each *child* v_1 *of* p_1
          do $v_1.\textsc{Transform}(f)$
            for each *child* v_2 *of* p_2
            do $d \leftarrow \textsc{lowBound}(v_1, v_2)$
              if $d \leq ub$
                then $S.\textsc{insert}(d, v_1, v_2)$
      else for each *child* v_1 *of* p_1
          do $v_1.\textsc{Transform}(f)$
            $d \leftarrow \textsc{lowBound}(v_1, p_2)$
            if $d \leq ub$
              then $S.\textsc{insert}(d, v_1, p_2)$
  else if p_2 is not a leaf
      then for each *child* v_2 *of* p_2
          do $d \leftarrow \textsc{lowBound}(p_1, v_2)$
            if $d \leq ub$
              then $S.\textsc{insert}(d, p_1, v_2)$

Resultate

Validierung:



Laufzeitmessung („worst case“):

Algorithmus	# Elementartests
naiv	> 1000000
B&B	10833
B&B + Reps	6736
B&B + greedy	866
B&B + sortSeq	769